

1. Aşağıdakilerden hangisi dizi değildir?

- A) $\frac{n+2}{n+1}$ B) $2^n - 1$ C) $n^2 - 1$
 D) $\sqrt{n^2 - 1}$ E) $\sqrt{n^2 - 3}$

2. $(a_n) = \frac{3n^2}{n+3}$

dizisinin kaçınçı terimi 12 dir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $(a_n) = \frac{3n+4}{n+1}$

dizisinin kaç terimi tam sayıdır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $(a_n) = \frac{n-4}{2n-5}$

dizisinin kaç terimi negatiftir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $(a_{n+1}) = (a_n) + 2n$

şeklinde tanımlı (a_n) dizisinde $a_5 = 2$ ise a_{10} kaçtır?

- A) 68 B) 70 C) 72 D) 74 E) 76

6. $(a_n) = \frac{12n-4k}{4n+4}$ dizisi sabit dizi ise

a_{2018} kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. (a_n) bir aritmetik dizi, $a_6 + a_7 = 21$ ve $a_8 + a_7 = 13$ ise a_8 kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 5

8. (a_n) bir aritmetik dizi, $5a_1 = a_8$ ve $a_{21} - a_{15} = 24$ ise **bu dizinin ilk on teriminin toplamı kaçtır?**

A) 230 B) 235 C) 236 D) 242 E) 250

9. **a. terimi b, b. terimi a olan bir aritmetik dizinin ortak farkı kaçtır?**

A) -1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8

10. Bir (a_n) geometrik dizisinin 8. terimi $2x^2$ olduğuna göre $a_2 \cdot a_3 \cdot a_{13} \cdot a_{14}$ kaçtır?

A) $8x^2$ B) $10x^2$ C) $14x^2$ D) $16x^8$ E) $20x^{8s}$

11. 3 ve 243 sayıları arasına bu sayılarla birlikte bir geometrik dizi oluşturacak şekilde 5 terim yerleştiriliyor.

Elde edilen 7 terimli geometrik dizinin dördüncü terimi kaçtır?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

12. Pozitif terimli bir geometrik dizide ilk sekiz terim toplamı, ilk dört terim toplamının 17 katına eşitse dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

13. $x - 2$, 7 , $y + 3$ hem aritmetik hem de geometrik bir dizinin ardışık üç terimi ise

$x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?

A) 97 B) 91 C) 90 D) 84 E) 81

1. $\sqrt{n^2 - 3}$ dizisinde $n = 1$ için $\sqrt{-2} \notin \mathbb{R}$ olduğundan dizi değildir.

YANIT E

$$2. \frac{3n^2}{n+3} = 12 \Rightarrow 3n^2 = 12n + 36$$

$$3n^2 - 12n - 36 = 0$$

$$n^2 - 4n - 12 = 0 \text{ denkleminin kökleri}$$

$$n = 6 \text{ ve } n = -2 \text{ dir.}$$

$$n = -2 \text{ olamaz. O halde 6. terim } a_6 = 12 \text{ dir.}$$

YANIT B

$$3. \frac{3n+4}{3n+3} \left| \frac{n+1}{3} \right. \text{ olduğundan } (a_n) = 3 + \frac{1}{n+1}$$

$$\frac{3n+4}{3n+3} = \frac{3n+3}{3n+3} + \frac{1}{3n+3}$$

$$= \frac{3n+3}{3} + \frac{1}{n+1}$$

$$= n+1 + \frac{1}{n+1}$$

$$n+1 = 1 \Rightarrow n = 0 \text{ olamaz.}$$

O zaman hiç tamsayı terimi yoktur.

YANIT A

$$4. (a_n) = \frac{n-4}{2n-5} < 0 \text{ olmalı}$$

n		$\frac{5}{2}$	4	
a_n	+	o	-	o

$$\frac{5}{2} < n < 4 \text{ olduğundan}$$

$$n = 3 \text{ için } a_n < 0 \text{ dir.}$$

$$\text{O halde } a_3 < 0 \text{ dir.}$$

YANIT A

$$5. a_{n+1} - a_n = 2n$$

$$n = 5 \text{ için } a_6 - a_5 = 10$$

$$n = 6 \text{ için } a_7 - a_6 = 12$$

$$\vdots$$

$$n = 9 \text{ için } a_{10} - a_9 = 18$$

$$+$$

$$a_{10} - a_5 = 10 + 12 + \dots + 18$$

$$a_{10} - 2 = 70 \Rightarrow a_{10} = 72 \text{ dir.}$$

YANIT C

$$6. \text{ Dizi sabit dizi ise } \frac{12}{4} = \frac{-4k}{4} \text{ olmalıdır.}$$

Burdan $k = -3$ bulunur. Dizide yerine yazalım.

$$(a_n) = \frac{12n+12}{4n+4} = \frac{12(n+1)}{4(n+1)} \quad (a_n) = 3 \text{ bulunur. O}$$

halde dizinin bütün terimleri 3 olduğundan

$$a_{2018} = 3 \text{ dür.}$$

YANIT B

$$7. (a_n) = a_1 + (n-1)d \text{ olduğundan}$$

$$a_1 + 5d + a_1 + 6d = 21 \text{ ve}$$

$$a_1 + 7d + a_1 + 6d = 13$$

$$-1 / 2a_1 + 11d = 21$$

$$+ 2a_1 + 13d = 13$$

$$2d = -8 \Rightarrow d = -4 \text{ dür. Yerine yazarsak}$$

$$2a_1 - 44 = 21 \Rightarrow 2a_1 = 65 \quad a_1 = \frac{65}{2} \text{ dir.}$$

$$a_8 = a_1 + 7d \Rightarrow a_8 = \frac{65}{2} - 28 \quad a_8 = \frac{9}{2} \text{ bulunur.}$$

YANIT D

8. $5a_1 = a_1 + 7d$ ve $a_1 + 20d - (a_1 + 14d) = 24$ dür.
 $4a_1 = 7d$ ve $6d = 24 \Rightarrow d = 4$ dür.
 $4a_1 = 7.4 \Rightarrow a_1 = 7$ dir.
 $S_{10} = \frac{10}{2}[2.7 + 9.4] = 5.50 = 250$ bulunur.

YANIT E

9. Aritmetik dizi $X_n = a_1 + (n - 1).d$ olsun.
a. terim $X_a = a_1 + (a - 1)d = b$
b. terim $X_b = a_1 + (b - 1).d = a$ olduğundan
 $a_1 + (a - 1).d = b$
 $a_1 + (b - 1).d = a$ taraf tarafa çıkarırsak
 $(a - 1)d - (b - 1).d = b - a$
 $d(a - 1 - b + 1) = b - a \Rightarrow (a - b).d = b - a$
 $d = -1$ bulunur.

YANIT A

10. Bir geometrik dizide her terim sağında ve solunda kendinden eşit uzaklıkta bulunan iki terimin geometrik ortalamasına eşittir. O halde
 $a_8^2 = a_3 \cdot a_{13}$ ve $a_8^2 = a_2 \cdot a_{14}$ olduğundan
 $a_3 \cdot a_{13} = 4x^4$ ve $a_2 \cdot a_{14} = 4x^4 \Rightarrow$
 $a_2 \cdot a_3 \cdot a_{13} \cdot a_{14} = 16x^8$ olur.

YANIT D

11. $r = \sqrt[5+1]{\frac{243}{3}} \Rightarrow r = \sqrt[6]{81} \Rightarrow r = \sqrt[6]{3^4}$
 $r = \sqrt[3]{3^2}$ bulunur. $a_1 = 3$ olduğundan
 $a_4 = a_1 \cdot r^3 \Rightarrow a_4 = 3 \cdot (\sqrt[3]{3^2})^3 \Rightarrow a_4 = 3 \cdot 3^2$
 $= 27$ bulunur.

YANIT C

12. $S_8 = 17.S_4 \Rightarrow$

$$a_1 \cdot \frac{1-r^8}{1-r} = 17 \cdot a_1 \cdot \frac{1-r^4}{1-r} \Rightarrow$$

$$1-r^8 = 17(1-r^4) \Rightarrow (1-r^4)(1+r^4) = 17 \cdot (1-r^4)$$

$$1+r^4 = 17 \Rightarrow r^4 = 16 \Rightarrow r = \pm 2 \text{ dir. Dizi pozitif terimli olduğundan } r = 2 \text{ olur.}$$

YANIT B

13. Bir dizinin hem aritmetik, hem de geometrik dizi olması için bu dizinin sabit dizi olması gerekir. O halde
 $x - 2 = 7$ ve $y + 3 = 7 \Rightarrow x = 9, y = 4$
 $x^2 + y^2 = 81 + 16 = 97$ bulunur.

YANIT A

1. Aşağıdakilerden hangisi bir dizinin genel terimi olamaz?

A) $1 - \frac{3}{n}$ B) $\frac{2}{n+4}$ C) $\frac{n+2}{n+1}$
D) 2 E) $\frac{n+1}{n-2}$

2. $(a_n) = \begin{cases} \frac{1}{n} & n = 1 \pmod{3} \\ 2n-1 & n = 2 \pmod{3} \\ 3n+1 & n = 0 \pmod{3} \end{cases}$

şeklinde verilen (a_n) dizisinde

$a_9 + a_{11}$ toplamı kaçtır?

A) 4 B) 27 C) 49 D) 51 E) 63

3. Genel terimi,

$(a_n) = \left((-1)^n \cdot \frac{1}{(n+2)!} \right)$ olan bir dizide

$\frac{a_4}{a_5}$ kaçtır?

A) -7 B) $-\frac{1}{5}$ C) $-\frac{1}{7}$ D) 3 E) 5

4. $(a_n) = (3 + 6 + 9 + \dots + 3n)$ dizisinin ilk dört teriminin toplamı kaçtır?

A) 30 B) 36 C) 60 D) 84 E) 90

5. Genel terimi,

$(a_n) = \left(\sqrt{\frac{2a_{n-1} + 8}{n+1}} \right)$ olan bir dizide

$a_1 = 2$ ise a_3 kaçtır?

A) 2 B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{7}$ E) 9

6. Genel terimi $(a_n) = \frac{3^{n+1}}{(n-1)!}$ olan (a_n) dizisinin 5. terimi, 3. teriminin kaç katıdır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{10}$

7. $(a_n) = \left(\frac{n}{n+5} \right)$ dizisi veriliyor.

$a_x = \frac{3}{4}$ ise x kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 10 E) 15

8. $(a_n) = \left(\frac{3n+7}{n+1} \right)$

dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

9. $(a_n) = \left(\frac{4n^2 + 2n + 5}{2n + 1} \right)$

dizisinin kaç terimi tamsayıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $(a_n) = \frac{(n-3) \cdot (n^2 - 8n + 15)}{(-n-1)^3}$

dizisinin kaç terimi pozitiftir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

11. Genel terimi

$$(a_n) = 2n^2 - 15n + 25 \text{ olan dizisinin}$$

kaç terimi negatiftir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. Genel terimi (a_n) olan bir dizide

$$a_1 = 1 \text{ ve } a_{n+1} = 2n + a_n \text{ ise}$$

(a_n) dizisinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $n(n-1)$ B) $n(n-1) - 1$
 C) $n(n-1) + 1$ D) $n(n+1) + 1$
 E) $n(n+1) + 3$

13. Bir (a_n) dizisinde $a_1 = 5$ ve $n > 1$ olarak veriliyor.

$$a_n = 5n + a_{n-1} \text{ olduğuna göre } a_4 \text{ kaçtır?}$$

- A) 5 B) 15 C) 30 D) 50 E) 100

14. $(a_n) = (2n - 5)$ dizisinin ilk 20 teriminin toplamı kaçtır?

- A) 240 B) 260 C) 280 D) 320 E) 360

15. $(a_n) = \frac{(2k-1)n+5}{5n+5}$

$$(b_n) = \frac{7n+5}{(3m-1)n+5} \text{ dizileri için } (a_n) = (b_n) \text{ ise}$$

$m + k$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

16. $(a_n) = \left(\frac{5n+k}{3n+9} \right)$ dizisinin sabit bir dizi olması için k kaç olmalıdır?

- A) 5 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

17. $(a_n) = \frac{-2n^2 + a \cdot n + 3}{bn^2 - 4n + 1}$ dizisi sabit dizi ise

a_{20} kaçtır?

- A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

1. Bir aritmetik dizinin 7. terimi 23 ve 15. terimi 79 ise **20. terimi kaçtır?**
- A) 114 B) 112 C) 110 D) 108 E) 106
2. (a_n) bir aritmetik dizi olmak üzere,
 $a_7 = 26$ ve $a_{34} - a_{21} = 39$ ise **a_{18} kaçtır?**
- A) 62 B) 59 C) 57 D) 48 E) 45
3. Bir adam 700 lira olan borcunu aritmetik dizi olacak şekilde 7 taksitte ödüyor.
Buna göre 4. taksit kaç lira dır?
- A) 70 B) 80 C) 90 D) 100 E) 120
4. (a_n) aritmetik dizisinde
 $a_9 = 20$ ise **ilk onbeş teriminin toplamı kaçtır?**
- A) 200 B) 225 C) 250 D) 300 E) 450
5. (a_n) bir aritmetik dizi ve $a_9 + a_{15} = 7$ ise
 $\frac{a_4 + a_{10} + a_{12} + a_{22}}{2}$ ifadesinin değeri kaçtır?
- A) -7 B) -1 C) 0 D) 1 E) 7
6. 1 ile 441 sayıları arasında bu sayılarla birlikte aritmetik dizi oluşturacak şekilde 219 tane sayı yerleştiriliyor.
Oluşturulan dizinin 36. terimi kaçtır?
- A) 29 B) 71 C) 77 D) 81 E) 83
7. Genel terimi a_n , ilk n terim toplamı S_n olan bir aritmetik dizide $(a_n) = 3n + 5$ ise
 $S_8 - S_7$ kaçtır?
- A) 9 B) 18 C) 29 D) 35 E) 49
8. Bir aritmetik dizinin ilk n terim toplamı $S_n = n \cdot (3n + 5)$ olarak veriliyor.
Bu dizinin 4. terimi kaçtır?
- A) 20 B) 26 C) 42 D) 68 E) 72
9. Birinci terimi 6, son terimi 66 olan aritmetik dizinin terimleri toplamı 468 dir.
Dizinin terim sayısı kaçtır?
- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

10. (a_n) bir aritmetik dizi ve

$$a_2 + a_9 + a_{10} + a_3 = 16 \text{ ise}$$

bu dizinin ilk 11 teriminin toplamı kaçtır?

- A) 88 B) 77 C) 66 D) 44 E) 40

11. Bir aritmetik dizinin ilk dört teriminin toplamı 24, ilk üç teriminin toplamı 15 ise **bu dizinin ilk terimi kaçtır?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $(11, 15, 19, \dots)$ ve $(65, 60, 55, \dots)$ aritmetik dizilerinin n . terimleri eşit ise, **n kaçtır?**

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

13. (a_n) negatif terimli bir aritmetik dizidir.

$$a_1 \cdot a_4 = 2 \text{ ve } a_4 \cdot a_6 = 12 \text{ ise } a_1 \text{ kaçtır?}$$

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$
D) -1 E) -2

14. $\log 2, \log(3^x - 1), \log(3^x + 23)$ terimleri bir aritmetik dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre **x kaçtır?**

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

15. 10 ile 34 sayıları arasında bunlarla birlikte aritmetik dizi oluşturacak şekilde 11 terim yerleştirilirse bu dizinin 6. terimi kaç olur?

- A) 26 B) 24 C) 22 D) 20 E) 18

16. Beşinci terimi a , yedinci terimi b olan aritmetik dizinin onbeşinci terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5b - 4a$ B) $5b + 4a$ C) $4a + b$
D) $5a + 4b$ E) $5a - 4b$

17. n terimli bir aritmetik dizide ilk iki terimin toplamı 75, son iki terimin toplamı 185 ise **dizinin terimlerinin toplamı kaçtır?**

- A) $65.n$ B) $70.n$ C) $80.n$
D) $85.n$ E) $90.n$

18. (a_n) aritmetik dizisinde S_n ilk n terim toplamı olmak üzere

$$a_1 = 8 \text{ ve } S_{16} = 48 \text{ ise } a_7 \text{ kaçtır?}$$

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

1. Pozitif terimli bir geometrik dizinin ilk terimi $\frac{10}{3}$ ve 3. terimi 30 ise **bu dizinin 10. terimi kaçtır?**

A) 10^8 B) $10 \cdot 3^8$ C) 3^8
D) 30^8 E) $3 \cdot 10^8$

2. (a_n) geometrik dizisinde

$$\frac{a_5}{a_8} = \frac{1}{8} \text{ ve } a_2 + a_4 = 60 \text{ ise } a_3 \text{ kaçtır?}$$

A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

3. Genel terimi (a_n) olan bir geometrik dizide

$$\frac{a_{n-1} \cdot a_n \cdot a_{n+1}}{a_{n+2}} = 64^{n+4} \text{ eşitliği veriliyor.}$$

Bu geometrik dizinin ilk terimi kaçtır?

A) 2^{12} B) 2^{16} C) 2^{18} D) 2^{20} E) 2^{34}

4. Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi $(a + 1)$, $(a + 3)$, $(a + 6)$ ise **a kaçtır?**

A) 8 B) 7 C) 5 D) 3 E) 2

5. $(3, a, b, c, d, e, 12)$ dizisi sonlu bir geometrik dizi ise **a . b . c . d . e çarpımı kaçtır?**

A) 3^4 B) 3^6 C) 6^5 D) 4^9 E) 12^6

6. 3 ve 81 sayıları arasında bu sayılarla birlikte bir geometrik dizi oluşturacak şekilde 5 terim yerleştiriyor.

Elde edilen dizinin 4. terimi kaçtır?

A) $3\sqrt{3}$ B) 9 C) $9\sqrt{3}$ D) $12\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

7. a_k , a_r ve a_q hem aritmetik hem de geometrik dizinin ardışık üç terimi ise

$$\frac{a_k + 2a_q}{a_r} \text{ kaçtır?}$$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

8. Bir geometrik dizinin ikinci terimi 6 ve beşinci terimi 48 ise **ilk altı teriminin toplamı kaçtır?**

A) 93 B) 96 C) 126 D) 185 E) 189

9. Bir geometrik dizide ilk 15 terimin toplamı, ilk 10 terim toplamının 3 katıdır.

Bu dizinin ortak çarpanı r ise **$(3 \cdot r^{10} - r^{15})$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

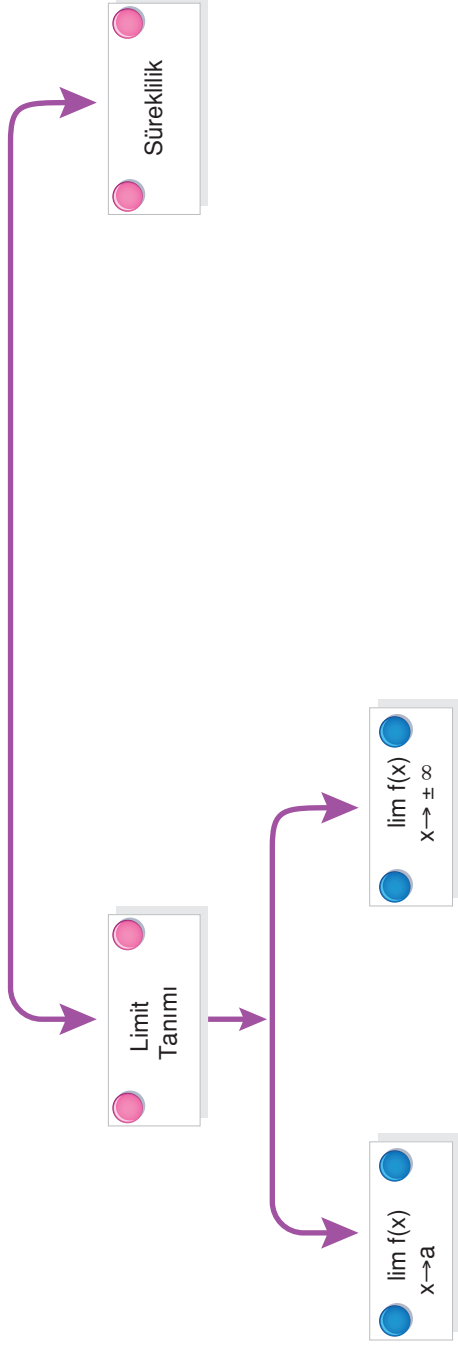
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. Bir geometrik dizide,
 $a_2 \cdot a_9 = 36$ ve $a_2 \cdot a_{11} = 64$ ise
dizinin ortak çarpanı kaçtır?
- A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 2
11. (a_n) geometrik dizi olmak üzere
 $\frac{(a_4 \cdot a_{14}) + (a_5 \cdot a_{13})}{(a_7 \cdot a_{11})}$ işleminin sonucu kaçtır?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
12. İlk terimi x , ortak çarpanı $\frac{1}{2}$ ve n . terimi y olan bir geometrik dizinin ilk n terim toplamının x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{x-y}{2}$ B) $x-y$ C) $2x-y$
D) $y-2x$ E) $\frac{y-2x}{2}$
13. Genel terimi (a_n) olan bir geometrik dizinin ilk 9 teriminin çarpımı 216 olduğuna göre $a_2 \cdot a_5 \cdot a_8$ kaçtır?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
14. $a, \frac{a}{4}, \frac{a}{16}, \frac{a}{64}, \dots$ geometrik dizisinde 12. terim nedir?
- A) $\frac{a}{2^{22}}$ B) $\frac{a}{2^{16}}$ C) $\frac{a}{216}$
D) $\frac{a}{4^6}$ E) $\frac{a}{4^{20}}$

15. Bir geometrik dizinin ortak çarpanı 2 dir.
 n . terimi 8 ve ilk n terim toplamı 15 ise n kaçtır?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8
16. İlk n terim toplamı $S_n = \frac{3^{n-1}}{2}$ olan bir geometrik dizinin 3. terimi kaçtır?
- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3
17. $[1, 128]$ aralığına bir geometrik dizi oluşturacak şekilde 6 terim yerleştirilirse elde edilen 8 terimli geometrik dizinin 5. terimi kaçtır?
- A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 96
18. $x, 8, y$ bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi ve $x, 9, y$ bir geometrik dizinin ardışık üç terimi ise $\sqrt{x^2 + y^2} + 6$ kaçtır?
- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

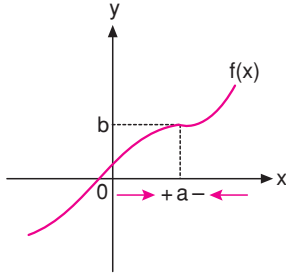
AKILLI HARİTAM

LİMİT

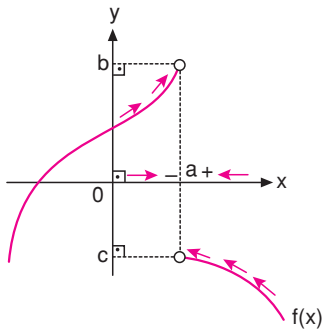


FONKSİYONLARDA LİMİT

Bir $f(x)$ fonksiyonunda bulunuşu ve anlamı farklı olan iki tür limit alma işlemi vardır.

1) $x \rightarrow a$ için limit:

$f(x)$ fonksiyonunda x (apsisler) herhangi bir a değerine sağdan veya soldan yaklaşırken $f(x)$ (fonksiyon) belli bir noktaya yaklaşıyorsa bu noktanın ordinatına $f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ için limiti denir ve $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ şeklinde gösterilir.



Grafik üzerinde oklar yönünde hareket ederek apsisi $x = a$ olan noktaya soldan yaklaşıldığında fonksiyon ordinatı b olan noktaya yaklaşır. Bu durum " $f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ için soldan limiti b dir" diye ifade edilir ve $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b$ şeklinde gösterilir.

Benzer şekilde eğri üzerinde oklar yönünde hareket ederek apsisi $x = a$ olan noktaya sağdan yaklaşıldığında fonksiyon ordinatı c olan noktaya yaklaşır. Bu durum " $f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ için sağdan limiti c dir" diye ifade edilir ve $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = c$ şeklinde gösterilir.

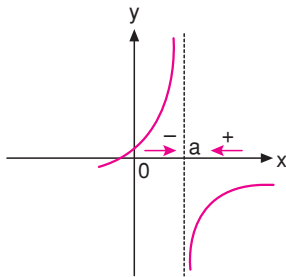
- I. $f(x)$ fonksiyonunun, apsisi $x = a$ olan noktada sağdan ve soldan limitleri var ve birbirine eşit ise $f(x)$ fonksiyonunun, apsisi $x = a$ olan noktada limiti vardır.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \text{ dir. (Şekil 1)}$$

- II. $f(x)$ fonksiyonunun, apsisi $x = a$ olan noktada sağdan ve soldan limitleri var ve farklı ise $f(x)$ fonksiyonunun, apsisi $x = a$ olan noktada limiti yoktur.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ yoktur. (Şekil 2)}$$

$f(x)$ fonksiyonunun apsisi $x = a$ olan noktada limitinin olması için fonksiyonun $x = a$ için tanımlı olması gerekmez.



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

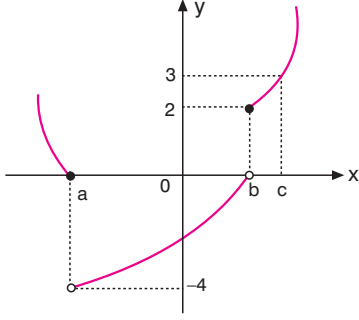
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

dur.

Yani sağdan ve soldan limitleri var olmadığından

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \text{yoktur.}$$

Örnek



Yukarıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

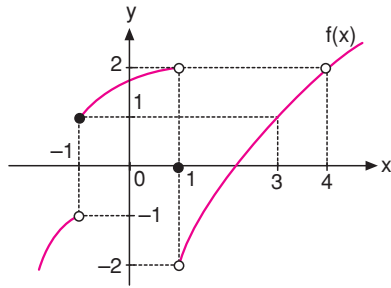
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow b^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$$

toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

2008 - LYS

Örnek



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için

- $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ değeri kaçtır?
- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ değeri kaçtır?
- $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ değeri kaçtır?
- $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ değeri kaçtır?

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = 3$$

Toplamları 1 dir.

YANIT D

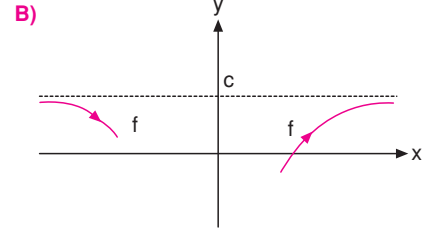
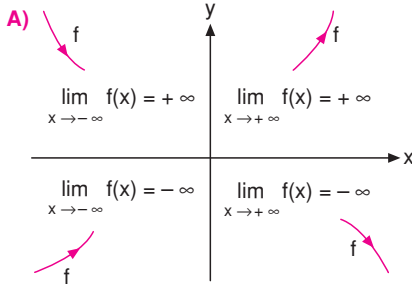
Çözüm

- $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -1$ dir.
- $x = 1$ apsisli noktasında sağdan ve soldan limitlere bakılırsa
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$ ve $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$ dir.
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ olduğundan $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ yoktur.
- $x = 4$ apsisli noktasında sağdan ve soldan limitlere bakılırsa
 $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 2$ ve $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 2$ dir.
 $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 2$ olduğu için
 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 2$ dir.
- Yine aynı şekilde
 $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 1$ ve $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 1$
olduğundan $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$ dir.

2) $x \rightarrow \pm \infty$ için limit:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ işleminin sonucu bir fonksiyonun grafiğinin koordinat düzlemine nerden ve nasıl geldiğini, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ işleminin sonucu grafiğinin koordinat düzleminden nerden ve nasıl gittiğini gösterir. Yazdıklarımızı örnek üzerinde açıklayalım.

2 durum vardır.

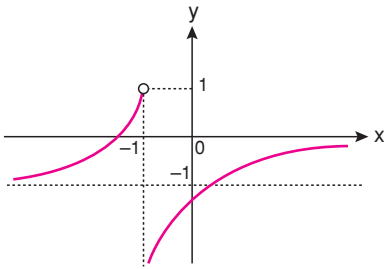


Yukarıdaki durum

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = c \text{ şeklinde ifade edilir.}$$

Yani grafik $y = c$ doğrusuna teğet olacaktı gibi çok yakın gelir ve gider. (Sonsuzda teğet olur.)

Örnek

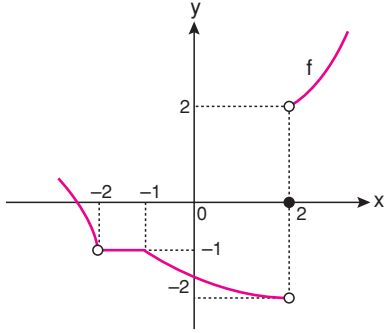


Şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 1 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty \text{ dur.}$$

Örnek

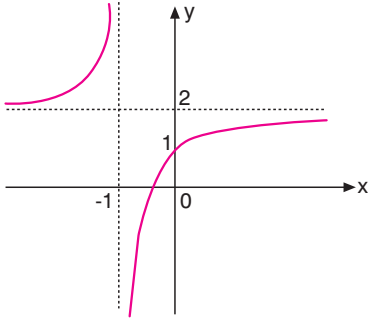


Şekilde grafiği verilen f fonksiyonu için

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -1 \quad \text{ve} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = b$$

eşitliklerini sağlayan a ve b tamsayılarının toplamı kaçtır?

Örnek



Yukarıdaki şekilde $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\}$ fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ limitlerinin toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

2010 - LYS

BELİRSİZ ŞEKİLLER

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ veya $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ limitleri hesaplanırken $f(x)$ fonksiyonunda x yerine a veya $\pm\infty$ yazıldığında $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ elde ediliyor ise bu durumlara **belirsiz şekil** denir.

Çözüm

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -1$ demek absisler hangi x değerine soldan yaklaşırken $f(x)$ (fonksiyon) ordinatı -1 olan noktaya yaklaşır demektir. Bu nedenle

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = -1 \quad \text{ve} \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -1 \text{ dir.}$$

O halde $a = -2$ ve $a = -1$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 \text{ dir.}$$

Yani $b = 2$ dir. O halde yanıt $-2 - 1 + 2 = -1$ bulunur.

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

O halde: $1 + 2 = 3$

YANIT E

BELİRLİ ŞEKİLLER:

A ≠ 0 olmak üzere

$$\frac{0}{A} = 0 \quad \frac{A}{0} = \infty *$$

$$\frac{0}{\infty} = 0 \quad \frac{\infty}{0} = \infty ,$$

$$\frac{A}{\infty} = 0 \quad \frac{\infty}{A} = \infty , \quad \infty \cdot A = \infty **$$

$$+\infty + \infty = +\infty \quad , \quad -\infty - \infty = -\infty$$

$$(+\infty)^n = +\infty \quad ,$$

$$a^{+\infty} = \begin{cases} \infty, & a > 1 \text{ ise} \\ 0, & 0 < a < 1 \text{ ise} \end{cases}$$

$$(-\infty)^n = \begin{cases} -\infty, & n \text{ tek ise} \\ +\infty, & n \text{ çift ise} \end{cases}$$

$$\sqrt[n]{+\infty} = +\infty \quad , \quad \sqrt[n]{-\infty} = -\infty \quad (n \text{ tek})$$

(limit problemlerinde karşımıza çıkan bu durumları çok iyi bilip belirsiz şekillerle karıştırmamak gerekir.)

* Bir kesrin paydası daima (+) değerler alarak sıfır oluyorsa kesir $+\infty$, daima (-) değerler alarak sıfır oluyorsa kesir $-\infty$ olur. A < 0 ise sonsuzun işareti değişir.

** Sonuçtaki ∞ in işareti; ∞ ile A'nın işaretinin çarpımı ile bulunur.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} 2^{\frac{1}{x-3}} = 2^{\frac{1}{0^-}} = 2^{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} 2^{\frac{1}{x-3}} = 2^{\frac{1}{0^+}} = 2^{+\infty} = +\infty \text{ dir.}$$

Örnek

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} , & x \neq 0 \text{ ise} \\ 3 , & x = 0 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu için,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = b$$

olduğuna göre, a - b kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2006 - LYS

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{|x|}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x}{x} \right) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{|x|}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{-x}{x} \right) = -1$$

olduğundan a - b = 2 dir.

YANIT E

FONKSİYONLARDA LİMİT ALMA YÖNTEMLERİ

1) Polinom fonksiyonları:

a) $x \rightarrow c$ için: Fonksiyonda x yerine c konur.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 3x^2 + x + 1) &= (2)^3 - 3(2)^2 + 2 + 1 \\ &= 8 - 12 + 2 + 1 = -1 \end{aligned}$$

b) $x \rightarrow \pm \infty$ için: Derecesi en büyük terimde x yerine $\pm \infty$ konur.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + x - 1) = -2(-\infty)^3 = -2 \cdot (-\infty) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (-2x^3 + x - 1) = -2(\infty)^3 = -2 \cdot (\infty) = -\infty$$

2) Kesirli fonksiyonlar:

a) $x \rightarrow c$ için: Fonksiyonda x yerine c konur. $\frac{0}{0}$ şeklinde bir belirsizlik varsa pay ve paydada $(x - c)$ çarpanı oluşturularak $x - c$ ler sadeleştirilir. Geri kalanlarda x yerine c konur.

Örnek

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6} = \frac{3^2 - 9}{3^2 - 3 - 6} = \frac{0}{0} \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{x+2} = \frac{6}{5} \text{ olur.}$$

Örnek

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + x - 6} \text{ ifadesinin değeri kaçtır?}$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + x - 6} = \frac{2^2 + 3 \cdot 2 - 10}{2^2 + 2 - 6} = \frac{0}{0} \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+5)(x-2)}{(x+3)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+5}{x+3} = \frac{7}{5} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$$f(x) = 2x - 1$$

$$g(x) = \frac{x}{2} - \frac{1}{x}$$

olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(g(x))}{x-2} \text{ limitinin değeri kaçtır?}$$

- A) 0 B) 1 C) 3 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

2011 - LYS

Çözüm

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= 2\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{x}\right) - 1 \\ &= x - \frac{2}{x} - 1 \\ &= \frac{x^2 - x - 2}{x} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f[g(x)]}{x-2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x(x-2)} = \frac{0}{0} \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x} = \frac{3}{2}$$

YANIT E

b) $x \rightarrow \pm \infty$ için: Pay ve paydanın derecelerine bakılır.

$$\text{pay}^\circ < \text{payda}^\circ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = 0$$

$$\text{pay}^\circ = \text{payda}^\circ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = \text{başkatsayıların oranı}$$

$$\text{pay}^\circ > \text{payda}^\circ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = \pm \infty \quad *$$

* Pay ve paydadaki derecesi en büyük x ler birbirine bölünür. Elde edilende x yerine $\pm \infty$ konur.

Örnek

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x+2}{x^3+5} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x^3+2}{x^3+5} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x^3+2}{x^2+5} = \pm \infty \quad \left(\frac{x^3}{x^2} = x\right)$$

Örnek

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x}{3x^3 + x + 1} = \frac{7}{3} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^2 + 1} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + 2x + 1}{x + 1} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{x^4 + 1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 4}{x^7 - 4} = 0 \text{ olur.}$$

Örnek

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx^2 + nx + 3}{2x + 1} = 6 \text{ ise } m + n \text{ kaçtır?}$$

Çözüm

Pay° = payda° olmalı. O halde $m = 0$ dir.
O zaman

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{nx + 3}{2x + 1} = 6 \Rightarrow \frac{n}{2} = 6 \quad n = 12 \text{ bulunur.}$$

$m + n = 12$ dir.

3) İrrasyonel (Köklü) fonksiyonlar:

- a) $x \rightarrow c$ için: Fonksiyonda x yerine c konur. $\frac{0}{0}$ şeklinde bir belirsizlik varsa: Köklü ifade eşleniği ile çarpılarak pay ve paydada $(x - c)$ çarpanı oluşturulur, $(x - c)$ ler sadeleştirilir. Geri kalanda x yerine c konur.

Örnek

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{4x+2} - \sqrt{2-4x}}{x} \right) \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+2} - \sqrt{2-4x}}{x} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{0} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{4x+2} - \sqrt{2-4x})(\sqrt{4x+2} + \sqrt{2-4x})}{x(\sqrt{4x+2} + \sqrt{2-4x})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x+2 - 2 + 4x}{x(\sqrt{4x+2} + \sqrt{2-4x})} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x}{x(\sqrt{4x+2} + \sqrt{2-4x})} = \frac{8}{\sqrt{2} + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{8}{2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-4}{x-2} = b$ eşitliğinde a ve b reel sayılar ise **$a + b$ kaçtır?**

Çözüm

$x = 2$ için payda sıfır olduğundan b nin reel sayı olması için $\frac{0}{0}$ şeklinde bir belirsizlik olması gerekir.

Bu nedenle $\sqrt{2+a} - 4 = 0 \Rightarrow$

$$\sqrt{2+a} = 4 \Rightarrow 2+a = 16 \quad a = 14 \text{ olur.}$$

Yerine yazalım.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+14}-4}{x-2} = \frac{0}{0} \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+14}-4)(\sqrt{x+14}+4)}{(x-2)(\sqrt{x+14}+4)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+14-16}{(x-2)(\sqrt{x+14}+4)} = \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+14}+4)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+14}+4} = \frac{1}{4+4} = \frac{1}{8} \text{ bulunur.}$$

$$a + b = 14 + \frac{1}{8} = \frac{113}{8} \text{ dir.}$$

b) $x \rightarrow \pm \infty$ için: Kesirli ise $\frac{\infty}{\infty}$ şeklinde bir belirsizlik olup kesirli rasyonel fonksiyonlarda olduğu gibi pay ve paydanın derecelerine bakılarak bulunur.

Kesirsiz ise $\infty - \infty$ şeklinde bir belirsizlik varsa ifade eşleniği ile genişletilerek kesirli hale getirilir ve yine derece kuralı kullanılır.

UYARI

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2} = |x| = x$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2} = |x| = -x \text{ olduğunu unutmayalım.}$$

Örnek

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{\sqrt{x^2-2}+2x}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{\sqrt{x^2-2}+2x} = \frac{\infty}{\infty} \text{ dir.}$$

pay ve paydası 1. derece olduğundan

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{\sqrt{x^2-2}+2x} = \frac{3}{1+2} = 1 \text{ bulunur.}$$

Örnek

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{9x^2 + x + 1}}{\sqrt{4x^2 + x} - 5}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{9x^2 + x + 1}}{\sqrt{4x^2 + x} - 5} = \frac{\infty}{\infty} \text{ dır.}$$

pay ve payda 1. derece olduğundan

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{9x^2 + x + 1}}{\sqrt{4x^2 + x} - 5} &= \frac{2 + (-3)}{-2} \\ &= \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

4) Trigonometrik Fonksiyonlar:

a) $x \rightarrow c$ için: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$ ve $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$ eşitlikleri kullanılarak çözülür.

Örnek

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x + \sin 2x}{7x + 4 \sin 3x} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + \sin 2x}{7x + 4 \sin 3x} = \frac{0}{0} \text{ dır.}$$

payını ve paydasını x parantezine alalım.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \left(3 + \frac{\sin 2x}{x} \right)}{x \left(7 + \frac{4 \sin 3x}{x} \right)}$$

Yukarıdaki teoreme göre

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\text{O halde: } = \frac{3 + 2}{7 + 4 \cdot 3} = \frac{5}{19}$$

5) Üstel Fonksiyonlar:

a) $x \rightarrow c$ için: $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ şeklinde bir belirsizlik varsa: "Belirsiz şekillerde" ki * kuralı uygulanır.

Örnek

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2+3^{\frac{1}{1-x}}}{4-5 \cdot 3^{\frac{1}{1-x}}} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1-x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \text{ dur.}$$

$3^{-\infty} = 0$ dir. O halde

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2+3^{\frac{1}{1-x}}}{4-5 \cdot 3^{\frac{1}{1-x}}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ olur.}$$

b) $x \rightarrow \pm \infty$ için: Kesirli ise $\frac{\infty}{\infty}$ şeklinde bir belirsizlik varsa:

$x \rightarrow +\infty$ için pay ve payda tabanı en büyük fonksiyon,

$x \rightarrow -\infty$ için pay ve payda tabanı en küçük fonksiyon parantezine alınarak sadeleştirme yapılır ve x yerine $\pm \infty$ konur.

Örnek

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{x+1} - e^{x-2}}{2^{x-1} + 5 \cdot 3^x} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{x+1} - e^{x-2}}{2^{x-1} + 5 \cdot 3^x} = \frac{\infty}{\infty} \text{ dur.}$$

Pay ve paydayı 3^x parantezine alalım.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x \left(3 - \frac{e^x \cdot e^{-2}}{3^x} \right)}{3^x \left(\frac{2^x \cdot 2^{-1}}{3^x} + 5 \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{1}{e^2} \cdot \left(\frac{e}{3} \right)^x}{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^x + 5}$$

$\frac{e}{3} < 1$ ve $\frac{2}{3} < 1$ olduğundan

$\left(\frac{e}{3} \right)^\infty = 0$ ve $\left(\frac{2}{3} \right)^\infty = 0$ dir. O halde

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{x+1} - e^{x-2}}{2^{x-1} + 5 \cdot 3^x} = \frac{3}{5} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^{2x} + 2 \cdot \pi^{x+1}}{\pi^x - 5^{x+3}} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

Çözüm

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^{2x} + 2 \cdot \pi^{x+1}}{\pi^x - 5^{x+3}} = \frac{0}{0} \text{ dır.}$$

Pay ve paydayı π^x parantezine alalım.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\pi^x \left(\frac{4^x}{\pi^x} + 2 \cdot \pi \right)}{\pi^x \left(1 - \frac{5^x}{\pi^x} \cdot 5^3 \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(\frac{4}{\pi} \right)^x + 2\pi}{1 - \left(\frac{5}{\pi} \right)^x \cdot 125}$$

$$\frac{4}{\pi} > 1 \text{ ve } \frac{5}{\pi} > 1 \text{ olduğundan}$$

$$\left(\frac{4}{\pi} \right)^{-\infty} = 0 \text{ ve } \left(\frac{5}{\pi} \right)^{-\infty} = 0 \text{ dir. O halde}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^{2x} + 2 \cdot \pi^{x+1}}{\pi^x - 5^{x+3}} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ bulunur.}$$

FONKSİYONLARDA SÜREKLİLİK

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $a \in A$ olmak üzere f fonksiyonunun $x = a$ apsisli noktasında sürekli olması için apsis $x = a$ olan noktada tanımlı olmalı yani $f(a)$ var olmalı ayrıca

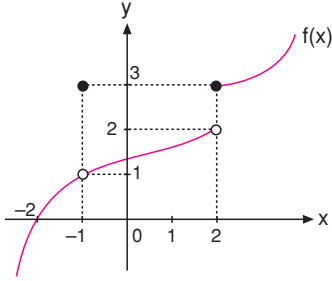
$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) \text{ olmalıdır.}$$

Yazılan eşitliklerden en az biri sağlanmazsa $f(x)$ fonksiyonu apsis $x = a$ olan noktada **süresizdir** denir.

Bilgi Kutusu

- $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ ise $f(x)$ fonksiyonu $x = a$ için soldan sürekli, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ ise $f(x)$ fonksiyonu $x = a$ için sağdan sürekli denir.
- $f(x)$ fonksiyonu $[a, b]$ aralığının her noktasında sürekli ise $f(x)$ fonksiyonu $[a, b]$ aralığında sürekli denir.
- $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ şeklindeki polinom fonksiyonları reel sayılarda sürekli.
- $f(x) = \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_0}$ şeklindeki kesirli fonksiyonlar paydanın köklerinde tanımsız olduğundan bu noktalarda süresizdir.
- $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere $y = \sqrt[n]{f(x)}$ fonksiyonu $f(x) < 0$ olan noktalarda ve $f(x)$ in süresiz olduğu noktalar da süresizdir.
- $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere $y = \sqrt[n+1]{f(x)}$ fonksiyonu $f(x)$ fonksiyonunun süresiz olduğu noktalarda süresizdir.
- Parçalı ve mutlak değer fonksiyonlarında kritik noktalarda süreklilik incelenir.

Örnek



Şekildeki $f(x)$ fonksiyonunda

$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 0$ ve $f(-2) = 0$ olduğundan $f(x)$ fonksiyonu $x = -2$ için süreklidir.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1$, $f(-1) = 3$ tür.

$f(x)$ fonksiyonunun $x = -1$ için limiti olmasına rağmen $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \neq f(-1)$ olduğundan apsisi $x = -1$ olan noktada süreksizdir.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$, $f(2) = 3$ tür.

$f(x)$ fonksiyonu $x = 2$ için tanımlı olmasına rağmen $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ olmadığından apsisi $x = 2$ olan noktada süreksizdir.

Örnek

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|4-x^2|}{2-x}, & x < 2 \text{ ise} \\ mx+2, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu apsisi $x = 2$ olan noktasında sürekli ise m kaçtır?

Çözüm

$f(2) = 2m + 2$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (mx + 2) = 2m + 2$$

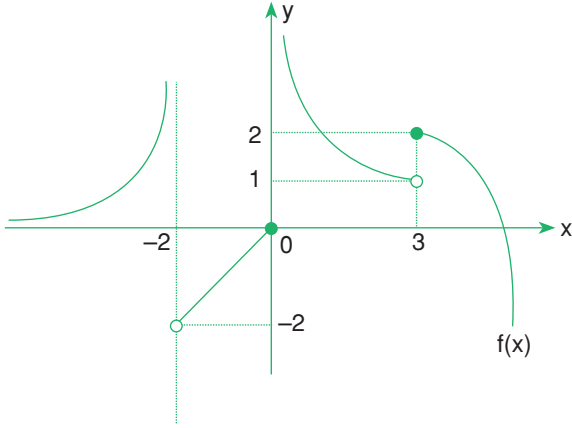
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|4-x^2|}{2-x} = \frac{0}{0}$$

$x \rightarrow 2^-$ iken $4 - x^2 > 0$ dir. O halde

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{4-x^2}{2-x} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(2-x)(2+x)}{2-x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2+x) = 4$$

olduğundan $2m + 2 = 4$ ve $m = 1$ olmalıdır.

A) Aşağıdaki grafiği verilen fonksiyona göre boşlukları doldurunuz.



1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

2) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \dots\dots\dots$

3) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \dots\dots\dots$

4) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \dots\dots\dots$

5) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \dots\dots\dots$

6) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \dots\dots\dots$

7) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \dots\dots\dots$

8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

B) Aşağıdaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 2x - 1) = \dots\dots\dots$

6) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-2}{x-1} = \dots\dots\dots$

2) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = \dots\dots\dots$

7) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{|x-2|}{x^2 + x - 6} = \dots\dots\dots$

3) $\lim_{x \rightarrow 2^+} (2x^2 - x - 1) = \dots\dots\dots$

8) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x + 3}{1-x} = \dots\dots\dots$

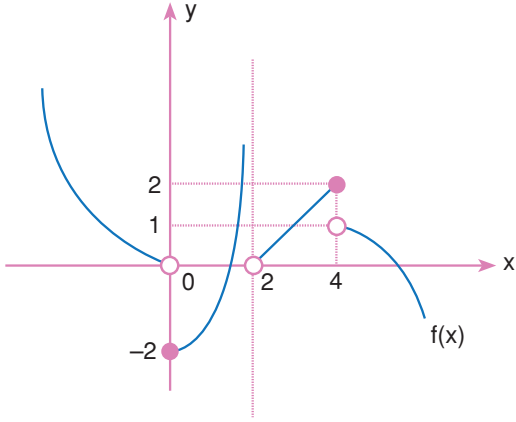
4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x - 3}{2x + 3} = \dots\dots\dots$

9) $f(x) = \begin{cases} x - m, & x < 1 \\ -1, & x = 1 \\ nx^2 + 2, & x > 1 \end{cases}$

5) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - x^2}{x^2 - 2x - 3} = \dots\dots\dots$

fonksiyonu apsisi $x = 1$ olan noktasında sürekli ise $m + n = \dots\dots\dots$ dir.

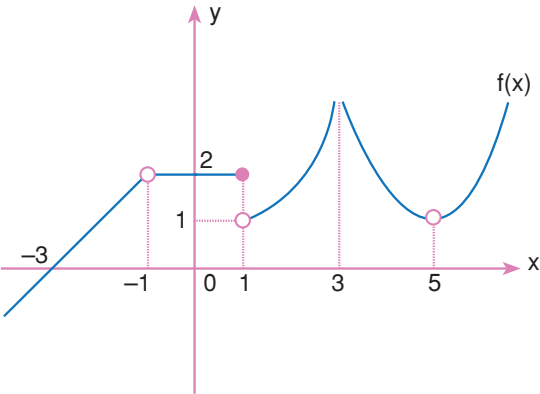
1.



Şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ B) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -2$
 C) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \infty$ D) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 1$
 E) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$

2.



Şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun limiti olmayan noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

$$3. f(x) = \begin{cases} |x-1|, & x < 1 \\ x-1, & x = 1 \\ x^2 - ax + 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

Şeklinde tanımlı $f(x)$ fonksiyonunun apsisi $x = 1$ olan noktasında limiti olduğuna göre a kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 0 E) -1

$$4. f(x) = \begin{cases} 1-2x, & x < -1 \\ \frac{2x}{x^2+1}, & -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{(x-1)^2}{x}, & x > 1 \end{cases}$$

Şeklinde tanımlı $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ B) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1$
 C) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1$ D) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$
 E) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

$$5. \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|x^2 - 4|}{x^2 - x - 6}$$

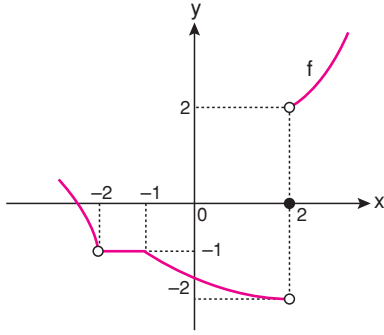
işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{7}{5}$ C) $\frac{5}{4}$ D) 1 E) $\frac{4}{5}$

$$6. \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+2}{|x^2+2x|} \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

7.



Şekilde grafiği verilen f fonksiyonu için

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -1 \quad \text{ve} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = b$$

eşitliklerini sağlayan a ve b tamsayılarının toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + x - 6}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) 1 D) $\frac{7}{5}$ E) 2

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(m-2)x^3 + x + 1}{(m+1)x^3 - x^2 + 1} = \frac{2}{3}$ ise m kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 1 D) -2 E) -4

10. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 - 2ax}{x + b} = 4$

$a + b$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(ax + \frac{bx+2}{x-1} \right) = -1$

$a - b$ kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) -1

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\cos \frac{x}{2} - 1}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 4 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

13. $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{\sin 2x}{\sin x} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) 1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{1 + \cos x}{x - \pi} \right)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) π E) $-\pi$

15.
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4-x^2}, & x < -1 \\ 2x, & -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{2}{2x-3}, & x > 1 \end{cases}$$

şeklinde tanımlı $f(x)$ fonksiyonunun süreksiz olduğu kaç nokta vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1. $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 2$ dir.

YANIT D

2. $x = 1$ için limit yoktur.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$$

$x = 3$ için limit yoktur.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} 1(x) = \infty$$

$1 + 3 = 4$ dür.

YANIT D

3. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ olmalı

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{x-1} = \frac{-(x-1)}{x-1} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - ax + 1) = 1 - a + 1 = 2 - a$$

$$-1 = 2 - a \Rightarrow a = 3 \text{ bulunur.}$$

YANIT B

4. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x}{x^2 + 1} = 1$ olur.

YANIT C

5. $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|x^2 - 4|}{x^2 - x - 6} = \frac{0}{0}$

x	$\rightarrow -2$	2
$x^2 - 4$	+	-
$x^2 - x - 6$	+	+

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{(x^2 - 4)}{x^2 - x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x-2}{x-3} = \frac{4}{5}$$

YANIT E

6. $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+2}{|x^2+2x|} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+2}{|x(x+2)|}$

$$= \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+2}{|x||x+2|} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+2}{(-x) \cdot -(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1}{x} = -\frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

YANIT B

7. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -1$ demek apsiler hangi x değerine soldan yaklaşırken $f(x)$ (fonksiyon) ordinatı -1 olan noktaya yaklaşır demektir. Bu nedenle

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = -1 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -1 \text{ dir.}$$

O halde $a = -2$ ve $a = -1$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 \text{ dir.}$$

Yani $b = 2$ dir. O halde yanıt $-2 - 1 + 2 = -1$ bulunur.

YANIT C

8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + x - 6} = \frac{2^2 + 3 \cdot 2 - 10}{2^2 + 2 - 6} = \frac{0}{0}$ olur.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+5)(x-2)}{(x+3)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+5}{x+3} = \frac{7}{5} \text{ bulunur.}$$

YANIT D

9. Pay° = payda° olduğundan

$$\frac{m-2}{m+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3m - 6 = 2m + 2$$

$$m = 8 \text{ bulunur.}$$

YANIT A

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 - 2ax}{x + b} = \frac{4a - 4a}{2 + b} = 0 \text{ olur.}$$

Oysaki yanıt 4 verilmiş. Bu nedenle $\frac{0}{0}$ şeklinde bir belirsizlik olmalıdır. Bu nedenle $b = -2$ dir.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 - 2ax}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax(x - 2)}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} ax = 4 \text{ ise } 2a = 4 \text{ a} = 2 \text{ dir.}$$

YANIT C

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(ax + \frac{bx + 2}{x - 1} \right) = -1 \text{ ise}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 - ax + bx + 2}{x - 1} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + (b - a)x + 2}{x - 1} = -1 \text{ oldu undan}$$

pay° = payda° olmalı yani

$$a = 0 \text{ dir. } b - a = -1 \Rightarrow a - b = 1 \text{ dir.}$$

YANIT D

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\cos \frac{x}{2} - 1} = \frac{\cos 0 - 1}{\cos 0 - 1} = \frac{0}{0} \text{ dir.}$$

$$\cos x = 2\cos^2 \frac{x}{2} - 1 \text{ (yarım açı)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\cos^2 \frac{x}{2} - 1 - 1}{\cos \frac{x}{2} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\left(\cos^2 \frac{x}{2} - 1\right)}{\cos \frac{x}{2} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\left(\cos \frac{x}{2} - 1\right)\left(\cos \frac{x}{2} + 1\right)}{\cos \frac{x}{2} - 1} = 2 \cdot (1 + 1) = 4$$

YANIT B

$$13. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{\sin x} = \frac{\sin 2\pi}{\sin \pi} = \frac{0}{0} \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} 2 \cdot \cos x = 2 \cos \pi = -2 \text{ bulunur.}$$

YANIT A

$$14. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{x - \pi} = \frac{1 + \cos \pi}{\pi - \pi} = \frac{0}{0}$$

$x - \pi = t$ dersek $x \rightarrow \pi$ iken $t \rightarrow 0$ olur.

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{x - \pi} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 + \cos(\pi + t)}{t}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2\sin^2 \frac{t}{2})}{t}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{2\sin^2 \frac{t}{2}}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2\sin \frac{t}{2}}{\frac{t}{2}} \cdot \lim_{t \rightarrow 0} \sin \frac{t}{2}$$

$$= 2 \cdot 0 = 0 \text{ bulunur.}$$

YANIT C

15. Önce her parçanın süreksiz olduğu noktaları saptayalım.

$x < -1$ parça: $4 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$ için tanımsızdır. Ancak $x = 2$ bu parçaya ait değildir. Bu nedenle $f(x)$ $x = -2$ için tanımsızdır. Bu nedenle süreksizdir.

$-1 \leq x \leq 1$ parça: $y = 2x$ doğrusal fonksiyon olduğundan $(-\infty, \infty)$ da süreklidir.

$x > 1$ parça: $2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ için tanımsız olduğundan süreksizdir.

Ayrıca kritik değerlerde

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{4 - x^2} = \frac{1}{3}, \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} 2x = -2 \text{ olduğundan}$$

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ yoktur. Bu nedenle $x = -1$ için süreksizdir.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (2x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{2x - 3} = -2 \text{ dir.}$$

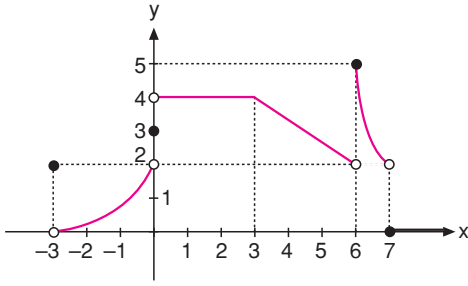
$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ yoktur.

Bu nedenle $x = 1$ için süreksizdir.

O halde $f(x)$ 4 noktada süreksizdir.

YANIT D

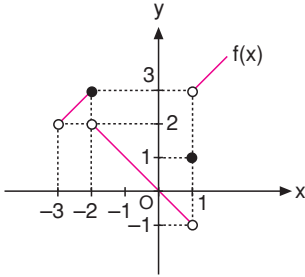
1.



Şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 2$ B) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$
 C) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4$ D) $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = 5$
 E) $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x) = 0$

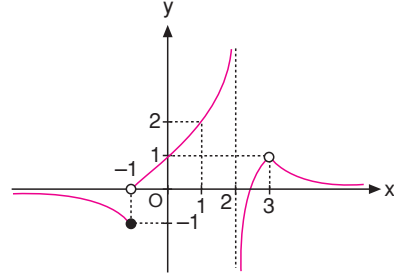
2.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonuna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = 2$ B) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 3$
 C) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$ D) $f(1) = 1$
 E) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$

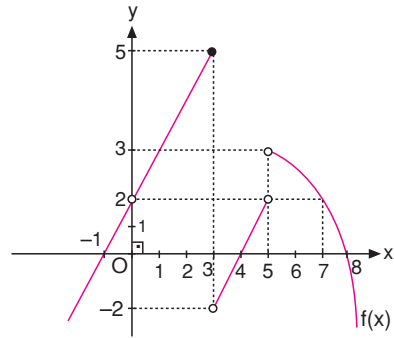
3.



Şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$ B) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -1$
 C) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 0$ D) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \text{yoktur.}$
 E) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$

4.

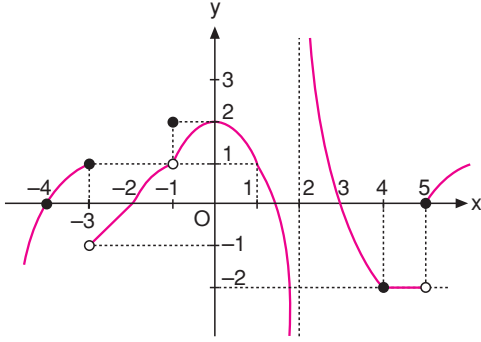


Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$-1, 0, 3, 4, 5, 7, 8$ noktalarında var olan limitlerin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 7 D) 10 E) 17

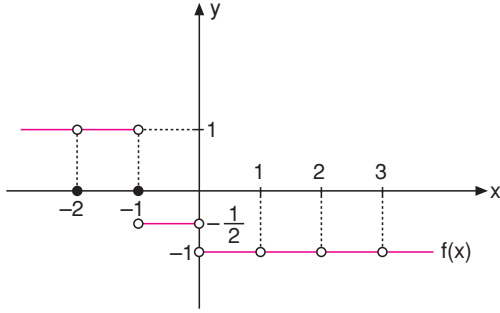
5.



Şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun $[-3, 5]$ aralığındaki x tamsayı değerleri için var olan farklı limit değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

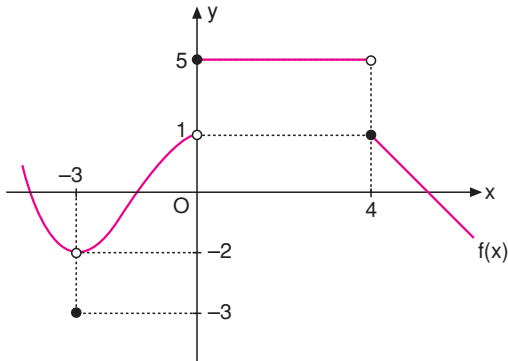
6.



Şekildeki $f(x)$ fonksiyonunun $[-2, 3]$ aralığında kaç noktada limiti yoktur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7.



Şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun apsisi $-3, 0$ ve 4 olan noktadaki sağdan limitleri toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 4 E) 5

$$8. f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x > 1 \\ 5, & x = 1 \\ x^2-1, & x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 7$ B) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 3$
 C) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) = 24$ D) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 16$
 E) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$

9. $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} ax+b, & x < 0 \\ 4, & x > 0 \end{cases}$$

fonksiyonunun apsisi $x = 0$ olan noktasında limitinin olması için b kaç olmalıdır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$10. f(x) = \begin{cases} 2x+a, & x < 3 \\ 3x+b, & x \geq 3 \end{cases}$$

fonksiyonunun apsisi $x = 3$ olan noktasında limiti olduğuna göre $a - b$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$11. f(x) = \begin{cases} x^2-3, & x < -1 \\ 2, & x = -1 \\ 2x+1, & x > -1 \end{cases} \text{ fonksiyonu için}$$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ değeri kaçtır?

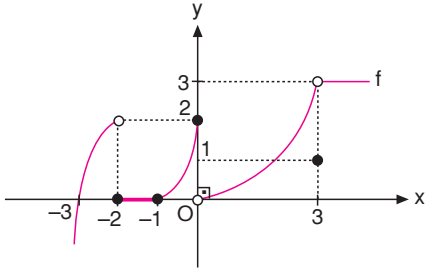
- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

$$12. f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x < 1 \\ 5, & x = 1 \\ x-a, & x > 1 \end{cases} \text{ şeklinde tanımlanan}$$

f fonksiyonunun apsisi $x = 1$ olan noktasında limiti olması için a kaç olmalıdır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

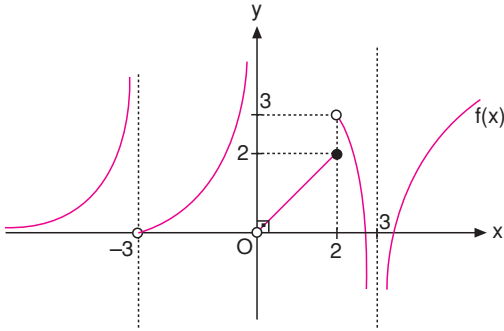
1.



Şekilde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$ B) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3$
C) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ D) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 0$
E) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \infty$

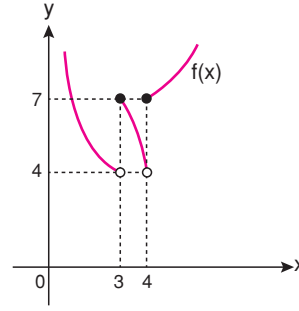
2.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ B) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) = \infty$
C) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ D) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$
E) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

3.



Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} (f \circ f)(x)$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 4 C) 7 D) 11 E) ∞

4. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(x + \frac{x-2}{|x-2|} \right)$ değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1
D) 3 E) Yoktur

5. $f(x) = |x - 4| + 6$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 8$ B) $\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = 8$
C) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7$ D) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 11$
E) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 5$

6. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2|x-1| - x + 1}{|x-1|}$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

7. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{4x + |-3x|}{5|x| - 6x} \right)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 3 C) -1 D) -7 E) -10

8. $\lim_{x \rightarrow 5^-} \left(\frac{x-5}{|x-5|} + 2x \right)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 11

9. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 2x - 3}{|x^2 - 9|}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 0 E) $-\frac{1}{3}$

10. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - 4| + |2 - x|}{x - 2}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -8 B) -5 C) 0 D) 5 E) 8

11. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{|x^2 - 16|}{|x^2 - 7x + 12|}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) 4 D) 6 E) 8

12. $f(x) = \frac{3x + |x|}{7x - 5|x|}$ fonksiyonu için

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\infty$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $+\infty$

13. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{|x^2 - 9|}{3 - x} - \frac{x - 3}{x + 3} \right)$ limitinin sonucu kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

14. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x - |x - 2|$
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = 3x - 4$
 olduğuna göre

$\lim_{x \rightarrow 2^-} (g \circ f)(x)$ in değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 4x + 1}{5x + 2}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{9}$
2. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} \right)$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9}$ limitinin değeri kaçtır?
A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{6}$ E) 1
4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - 3x^5 + 2}{x^5 - 1}$ işleminin sonucu kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 6
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{1999} - x^{1998} + x^{1995} - x^{1994}}{x^{2001} - x^{2000}}$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8x + 8}{x^4 - 4x^2}$ limitinin değeri kaçtır?
A) -1 B) $-\frac{1}{7}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) 1
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3mx + n}{x^2 - 9} = 2$ olduğuna göre, n kaçtır?
A) -15 B) -18 C) -24 D) -27 E) -32
8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - x^2 - a}{3x^3 - 2x^2 - 2x + 1} = b$ ve b bir reel sayı ise a + b toplamı kaçtır?
A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{7}{3}$
9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 7x^2 + 1}{3x + 2}$ işleminin sonucu aşağıdaki-lerden hangisidir?
A) 0 B) 1 C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) ∞
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x + 1}{4x^2 + 7}$ işleminin sonucu aşağıdaki-lerden hangisidir?
A) 0 B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) ∞

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 2}{3x^3 + 4x + 1}$ işleminin sonucu aşağıdaki

lerden hangisidir?

- A) 0 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) ∞

12. $\lim_{n \rightarrow \infty} 216^{\frac{18n+5}{27n-7}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{6}$ C) 0 D) 6 E) 36

13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{mx+1}{x} + (n-1)x \right] = 3$ ise

$m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(n-2)x^3 + 5x^2 - 6x + 7}{3x^3 + 6x - 2} \right) = 3$ ise

n kaçtır?

- A) -5 B) 0 C) 5 D) 10 E) 11

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(m-2)x^3 + x + 1}{(m+1)x^3 - x^2 + 1} = \frac{2}{3}$

olması için m kaç olmalıdır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{3a+2} + x - 1}{x^{a+10} + x^2} = 0$ ise

$a \in \mathbb{N}^+$ sayısının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 1}{(a+2)x^3 + (b-3)x} = \infty$ ise $a + b$

toplamının en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 5x^2 + 7}{ax^{b-2} + 4x^2 - 5} = \frac{1}{6}$ ise

$a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15

1. $f(x) = \sqrt[3]{x} + 3$ fonksiyonu için

$$\lim_{x \rightarrow 27} \frac{f(x) - 6}{x - 27} \text{ kaçtır?}$$

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{27}$ D) $\frac{1}{36}$ E) $\frac{1}{45}$

2. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax - 1 - \sqrt{4x + 1}}{x^2 - 4} = b \text{ ise}$$

$a + b$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{3}$

3. $\lim_{y \rightarrow x} \left(\frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{y - x} \right) = -3$ ise x kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 16 E) 36

4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x+7} + m}{x - \sqrt{x+6}} = y$ eşitliğinde y reel sayısı

kaçtır?

- A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{11}{10}$ D) $\frac{9}{20}$ E) $\frac{9}{25}$

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{k+x}}{x-2}$ limitinin bir reel sayı olabilmesi için k kaç olmalıdır?

- A) -2 B) -1 C) 3 D) 5 E) 7

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 3} + 3x + 2}{2x - 1}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -2 C) 0 D) 2 E) ∞

7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} - 2}{2x + \sqrt{x^2 - 1}}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) $-\infty$

8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x + \sqrt{x^2 + 3x + 4}}{3x + 1}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{7}{3}$ B) -1 C) 2 D) $\frac{7}{3}$ E) 3

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 16x + 1} - x - 14)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -14 B) -8 C) -6 D) 6 E) 8

10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 3 + \sqrt{9x^2 + 6x + 2})$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 0 D) 1 E) ∞

11. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\cos x \cdot \tan x)$ işleminin sonucu aşağıdaki-

lerden hangisidir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) ∞

12. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

13. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{2}{\sin x + \cos x} \right)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 3x + \sin 15x}{3x} \right)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}}{\tan 2x}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 9x}{\tan 4x} \right)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{9}{2}$ E) 9

17. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5x + \sin 3x}{\tan 8x} \right)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{5}{8}$ C) 1 D) 2 E) 3

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 5x}{2x} + \frac{\tan 3x}{4x} \right) = a$ ve

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{3 \sin x} - \frac{2x}{\tan 8x} \right) = b$ ise

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 37 B) 39 C) 41 D) 43 E) 47

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2^x + 3^{\frac{3}{x}} + 4 \right)$ işleminin sonucu aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 10 E) ∞

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[3^{-x} - \left(\frac{3}{2} \right)^x + 5 \right]$ limitinin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

3. $f(x) = \frac{2^x + 1}{2^x - 1}$ fonksiyonu veriliyor.

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ B) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty$
C) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ D) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$
E) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$

4. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{7^{\frac{1}{x}} + 1}{4^x - 1}$ limitinin sonucu kaçtır?

- A) ∞ B) 1 C) 0 D) -1 E) $-\infty$

5. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3 + 4 \cdot 7^{-\frac{1}{x}}}{4 - 2 \cdot 7^{-\frac{1}{x}}}$ limitinin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) -1 D) -2 E) -4

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7^n} + 7^{n+3}}{3 + 7^{n+2}}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 7 C) 14 D) 49 E) 343

7. $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\log_2 \sqrt{5x^2 + 12} \right]$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln x^4 + \ln x^5}{(x+7) \ln x}$ limitinin değeri kaçtır?

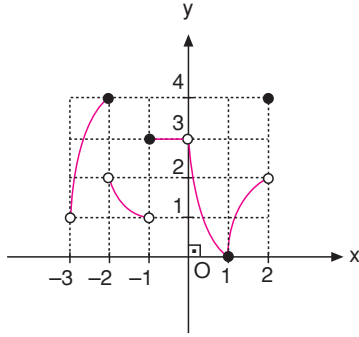
- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{5}{9}$ C) 1 D) 2 E) $\frac{7}{2}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\log_3(x^2 - 2x + 3) - \log_3(9x^2 - 3x + 1) \right]$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -

10.

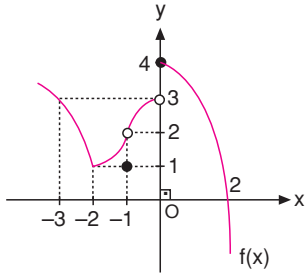


$f : (-3, 2] \rightarrow [0, 4]$ şeklinde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) f fonksiyonu $x = 1$ de süreklidir.
 B) f fonksiyonu $x = -2$ de süreksizdir.
 C) $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4$
 D) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
 E) f nin $x = 2$ için limit yoktur.

11.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu $-3, -2, -1, 0, 2$ noktalarından kaç tanesinde süreklidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. $y = \frac{x^2 + x + 5}{x^2 + (m+3)x + 2m + 3}$ fonksiyonu daima sürekli ise m aşağıdaki değerlerden hangisi olamaz?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

13. $f(x) = \begin{cases} mx + 4, & x \geq 2 \\ mx^3 + 1, & x < 2 \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor.

$\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x)$ sürekli ise m kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

14. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 - 4}, & x \leq 0 \\ \frac{1}{x^2 - 1}, & 0 < x < 2 \\ \frac{1}{x}, & x \geq 2 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

$f(x)$ fonksiyonu kaç x değerinde süreksizdir?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

15. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & x \neq 3 \\ \log_2 a, & x = 3 \end{cases}$

fonksiyonu apsisi $x = 3$ olan noktasında sürekli olabilmesi için a kaç olmalıdır?

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

16. $f(x) = \begin{cases} 8x - a, & x < 1 \\ 5 - b, & x = 1 \\ \frac{5x + 1}{x + 1}, & x > 1 \end{cases}$

fonksiyonu apsisi $x = 1$ olan noktasında sürekli olduğuna göre $a + b$ kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

$$1. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 \cdot \sin(\pi - x) + \pi^2 \cdot \sin(x - \pi)}{(x - \pi)^2}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2π B) $-\pi$ C) π D) 2π E) 3π

2017 - LYS

2. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu her x için

$$1 \leq f(x) \leq 2$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,

I. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{f(x)}$ vardır.

II. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x}$ vardır.

III. $\lim_{x \rightarrow 1} (|f(x)| - f(x))$ vardır.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

2017 - LYS

$$3. f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{x+2b} \cdot \cot x & , x \neq 0 \\ 2 & , x = 0 \end{cases}$$

fonksiyonu x = 0 noktasında süreklidir.

Buna göre $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

2016 - LYS

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{5}}{x}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{10}$ D) 0 E) $2\sqrt{5}$

2016 - LYS

$$5. \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x) \cdot (\ln x)$$

limiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) ∞ E) $-\infty$

2015 - LYS

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x+1) - 3}{x - 1} = 2$$

olduğuna göre $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \cdot f(x) - 6}{x - 2}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2014 - LYS